Střední škola řemesel a služeb, Jablonec nad Nisou, Smetanova 66, příspěvková organizace

Vzdělávací oblast: Matematické vzdělávání
Název: Binomická věta
Autor: Mgr. Eva Froňková
Datum ověření, třída: 14. 3. 2013, EKP4
Stručná anotace: Umocňování dvojčlenu s užitím binomické věty a zákonitostí v Pascalově trojúhelníku - výklad a procvičení, skrytá řešení, animovaná prezentace ovládaná kliknutím myši podporuje pochopení a žákovu aktivitu, určeno pro 4. ročník SŠ .

Tento materiál byl vytvořen v rámci projektu
Inovace ve vzdělávání na naší škole
V rámci OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost

EVROPSKÁ UNIE esf MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Binomická věta

Slouží k určování mocniny dvojčlenu
$(\mathbf{a}+\mathbf{b})^{\mathbf{n}}$

n = 0	$(a+b)^0$	$\binom{0}{0}$		1
n = 1	$(a+b)^1$	$\binom{1}{0}$ $\binom{1}{1}$		1 1
n = 2	$(a+b)^2$	$\binom{2}{0}$ $\binom{2}{1}$ $\binom{2}{2}$	Binomické koeficienty	1 2 1
n = 3	$(a+b)^3$	$\binom{3}{0}$ $\binom{3}{1}$ $\binom{3}{2}$ $\binom{3}{3}$		1 3 3 1
n = 4	$(a+b)^4$	$\binom{4}{0}$ $\binom{4}{1}$ $\binom{4}{2}$ $\binom{4}{3}$ $\binom{4}{4}$		1 4 6 4 1

$$(a+b)^2 = 1\,a^2 + 2\,ab + 1\,b^2$$

$$(a+b)^3 = 1a^3 + 3\,a^2b + 3ab^2 + 1\,b^3$$

$$(a+b)^4 = 1\,a^4 + 4\,a^3b + 6\,a^2\,b^2 + 4\,a\,b^3 + 1\,b^4$$

$$(a+b)^n = \binom{n}{0} a^n\, b^0 + \binom{n}{1} a^{n-1}\, b^1 + \binom{n}{2} a^{n-2}\, b^2 + \cdots\cdots + \binom{n}{k} a^{n-k}\, b^k + \binom{n}{n} a^0\, b^n$$

Pamatuj:

n = 0	$(a+b)^0$	1
n = 1	$(a+b)^1$	1 1
n = 2	$(a+b)^2$	1 2 1
n = 3	$(a+b)^3$	1 3 3 1
n = 4	$(a+b)^4$	1 4 6 4 1

$(a+b)^2 = 1\,a^2 + 2\,ab + 1\,b^2$

$(a+b)^3 = 1\,a^3 + 3\,a^2b + 3\,ab^2 + 1\,b^3$

$(a+b)^4 = 1\,a^4 + 4\,a^3b + 6\,a^2b^2 + 4\,a\,b^3 + 1\,b^4$

Binomický rozvoj $(\mathbf{a}+\mathbf{b})^{\mathbf{n}}$

- Má (n+1) členů
- Je-li n sudé číslo → lichý počet členů
- Je-li n liché číslo → sudý počet členů

k-tý člen má tvar $\binom{\mathbf{n}}{\mathbf{k-1}}\,\mathbf{a}^{\mathbf{n-k+1}}\,\mathbf{b}^{\mathbf{k-1}}$

Příklady

$$(a+b)^n = \binom{n}{0} a^n b^0 + \binom{n}{1} a^{n-1} b^1 + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \cdots\cdots + \binom{n}{k} a^{n-k} b^k + \binom{n}{n} a^0 b^n$$

1) Umocněte podle binomické věty $(\boldsymbol{x}+\mathbf{2}\boldsymbol{y})^{\mathbf{4}}$

$(\boldsymbol{x}+\mathbf{2}\boldsymbol{y})^{\mathbf{4}} =$

$= \binom{4}{0} x^4 (2y)^0 + \binom{4}{1} x^{4-1} (2y)^1 + \binom{4}{2} x^{4-2} (2y)^2 +$ *Řešení*

$= x^4 + 4x^3\, 2y + 6x^2\, 4y^2 +$ *Řešení*

$= \boldsymbol{x}^{\mathbf{4}} +$ *Řešení*

k-tý člen má tvar $\binom{n}{k-1} a^{n-k+1} b^{k-1}$

2) Určete 10. člen binomického rozvoje výrazu $\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^{15}$

$$\binom{15}{9}\left(\sqrt{a}\right)^{15-9}\left(\sqrt{b}\right)^{9} = \frac{15!}{6!\ \cdot 9!} \cdot (a^{\frac{1}{2}})^{6} \cdot (b^{\frac{1}{2}})^{9} = \frac{15\cdot 14\cdot 13\cdot 12\cdot 11\cdot 10}{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2}\ a^{\frac{6}{2}}\cdot b^{\frac{9}{2}} =$$

$$\boxed{= 5\,005\ a^{3}\sqrt{b^{9}}}$$

3) Určete prostřední člen binomického rozvoje výrazu $\left(1-x^{2}\right)^{10}$

Rozvoj má (n+1) členů = 11 členů → prostřední je 6. člen

$$\binom{10}{6-1} 1^{10-6+1}\left(-x^{2}\right)^{6-1} = \binom{10}{5} 1^{5}\left(-x^{2}\right)^{5} =$$

$$\boxed{= -252x^{10}}$$

Software a zdroje:

1) Vytvořeno produktem *Microsoft Office Professional Plus 2010 , součástí Microsoft PowerPoint 2010*, verze 14.0.6129.5000 (32bitová verze), ID produktu: 02260-556-1807212-48901
2) Pokud není uvedeno jinak, materiál je čerpán z vlastních zdrojů autora.