



**Střední škola řemesel a služeb, Jablonec nad Nisou, Smetanova 66, příspěvková organizace**

Vzdělávací oblast: Matematické vzdělávání

Název: Pascalův trojúhelník – vlastnosti kombinačních čísel

Autor: Mgr. Eva Froňková

Datum ověření, třída: 13. 2. 2013, EKP4

Stručná anotace: Zákonitosti v Pascalově trojúhelníku, jeho užití, vlastnosti kombinačních čísel – výklad a procvičení, skrytá řešení s odměnou, animovaná prezentace ovládaná kliknutím myši podporuje pochopení a žákovu aktivitu, určeno pro 4. ročník SŠ .

Tento materiál byl vytvořen v rámci projektu  
Inovace ve vzdělávání na naší škole  
V rámci OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

# Pascalův trojúhelník

**Blaise Pascal**

francouzský matematik 17. stol.

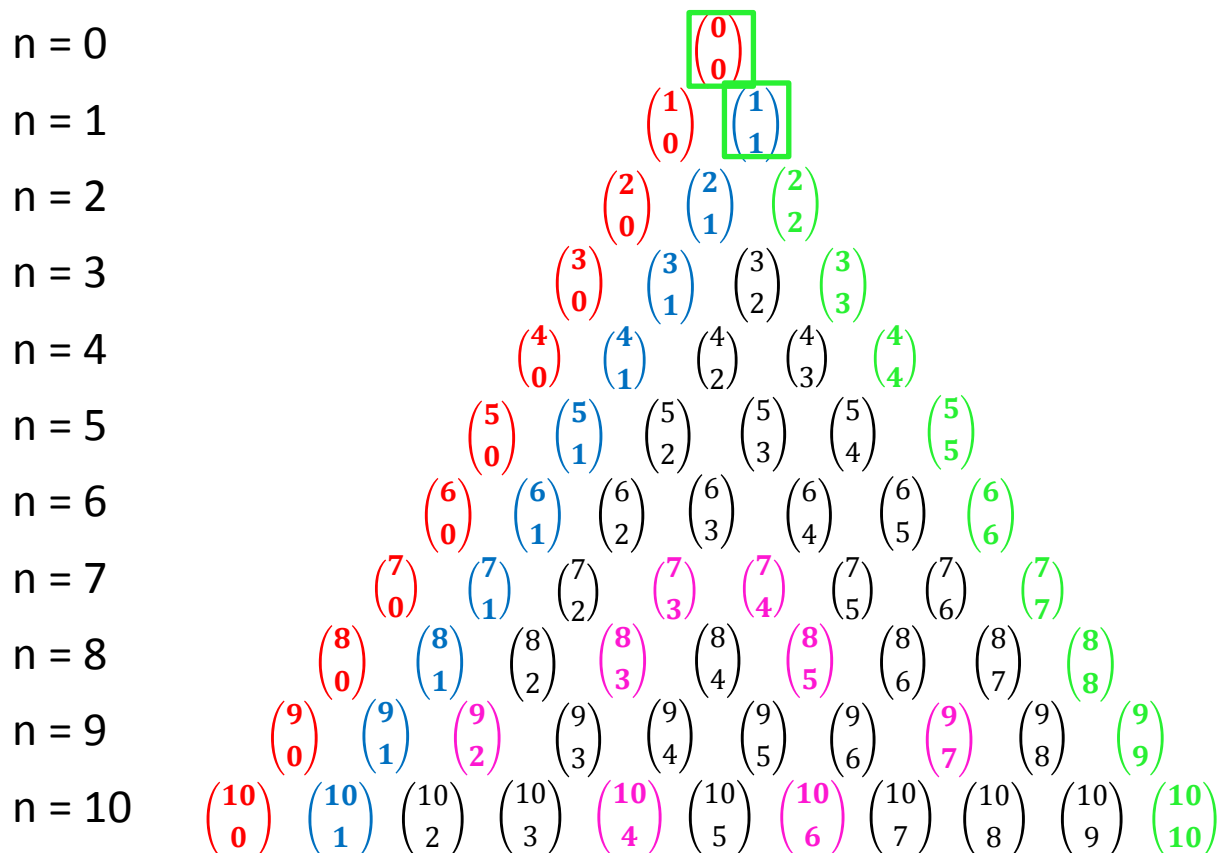
$n = 0$	$\binom{0}{0}$																			
$n = 1$	$\binom{1}{0}$	$\binom{1}{1}$																		
$n = 2$	$\binom{2}{0}$	$\binom{2}{1}$	$\binom{2}{2}$																	
$n = 3$	$\binom{3}{0}$	$\binom{3}{1}$	$\binom{3}{2}$	$\binom{3}{3}$																
$n = 4$	$\binom{4}{0}$	$\binom{4}{1}$	$\binom{4}{2}$	$\binom{4}{3}$	$\binom{4}{4}$															
$n = 5$	$\binom{5}{0}$	$\binom{5}{1}$	$\binom{5}{2}$	$\binom{5}{3}$	$\binom{5}{4}$	$\binom{5}{5}$														
$n = 6$	$\binom{6}{0}$	$\binom{6}{1}$	$\binom{6}{2}$	$\binom{6}{3}$	$\binom{6}{4}$	$\binom{6}{5}$	$\binom{6}{6}$													
$n = 7$	$\binom{7}{0}$	$\binom{7}{1}$	$\binom{7}{2}$	$\binom{7}{3}$	$\binom{7}{4}$	$\binom{7}{5}$	$\binom{7}{6}$	$\binom{7}{7}$												
$n = 8$	$\binom{8}{0}$	$\binom{8}{1}$	$\binom{8}{2}$	$\binom{8}{3}$	$\binom{8}{4}$	$\binom{8}{5}$	$\binom{8}{6}$	$\binom{8}{7}$	$\binom{8}{8}$											
$n = 9$	$\binom{9}{0}$	$\binom{9}{1}$	$\binom{9}{2}$	$\binom{9}{3}$	$\binom{9}{4}$	$\binom{9}{5}$	$\binom{9}{6}$	$\binom{9}{7}$	$\binom{9}{8}$	$\binom{9}{9}$										
$n = 10$	$\binom{10}{0}$	$\binom{10}{1}$	$\binom{10}{2}$	$\binom{10}{3}$	$\binom{10}{4}$	$\binom{10}{5}$	$\binom{10}{6}$	$\binom{10}{7}$	$\binom{10}{8}$	$\binom{10}{9}$	$\binom{10}{10}$									

V každém řádku  
jsou všechna  
kombinační čísla  
 $\binom{n}{k}$  pro dané  $n$ .

## Hodnoty kombinačních čísel

n = 0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							</
-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----

# Vlastnosti kombinačních čísel



1)  $\binom{n}{0} = 1$

2)  $\binom{n}{1} = n$

3)  $\binom{n}{n} = 1$

4)  $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$   
symetrická KČ

## Vlastnosti kombinačních čísel

[illegible]

**1)  $\binom{n}{0} = 1$**

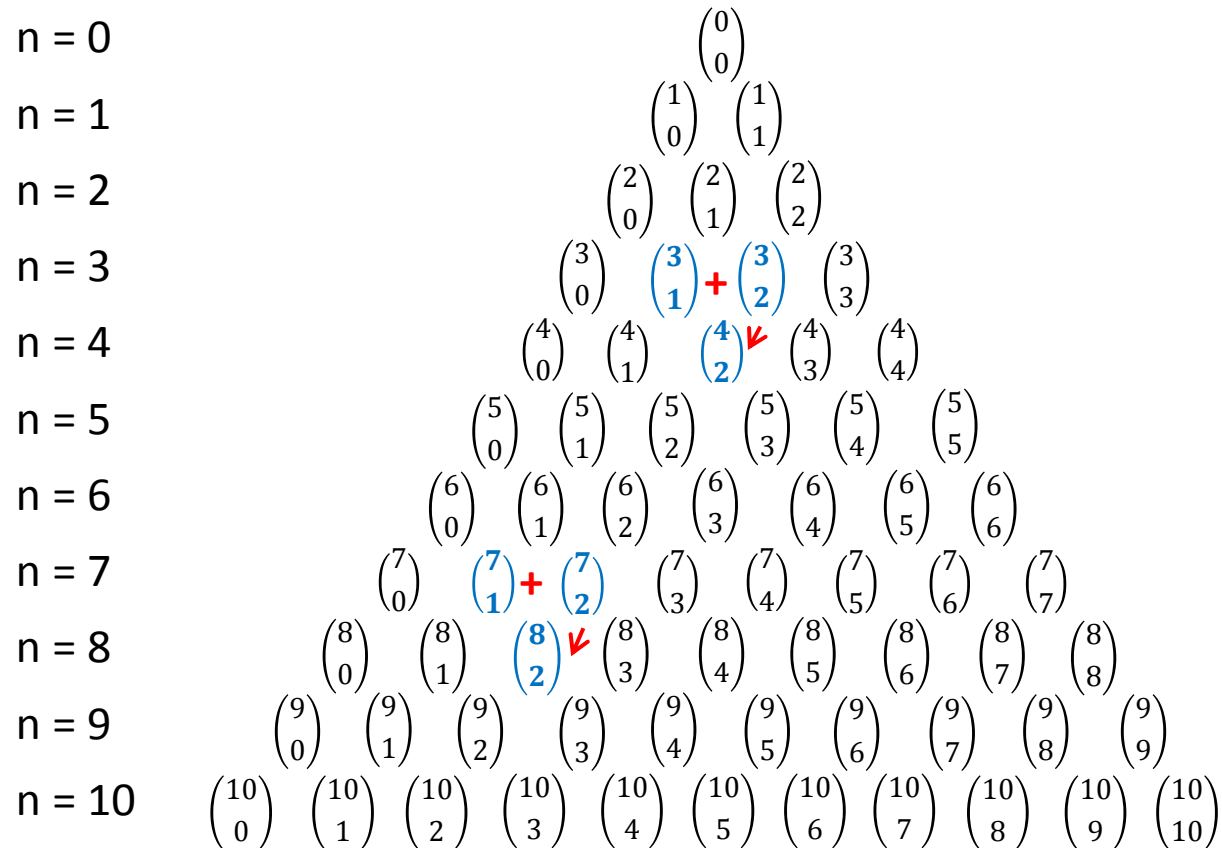
**2)**  $\binom{n}{1} = n$

3)  $\binom{n}{n} = 1$

4)  $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$   
symetrická KČ

## symetrická KČ

# Sčítání kombinačních čísel



5)  $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$

a)  $\binom{3}{1} + \binom{3}{2} = \binom{4}{2}$

b)  $\binom{8}{5} + \binom{8}{6} = \binom{9}{6}$

## Sčítání kombinačních čísel

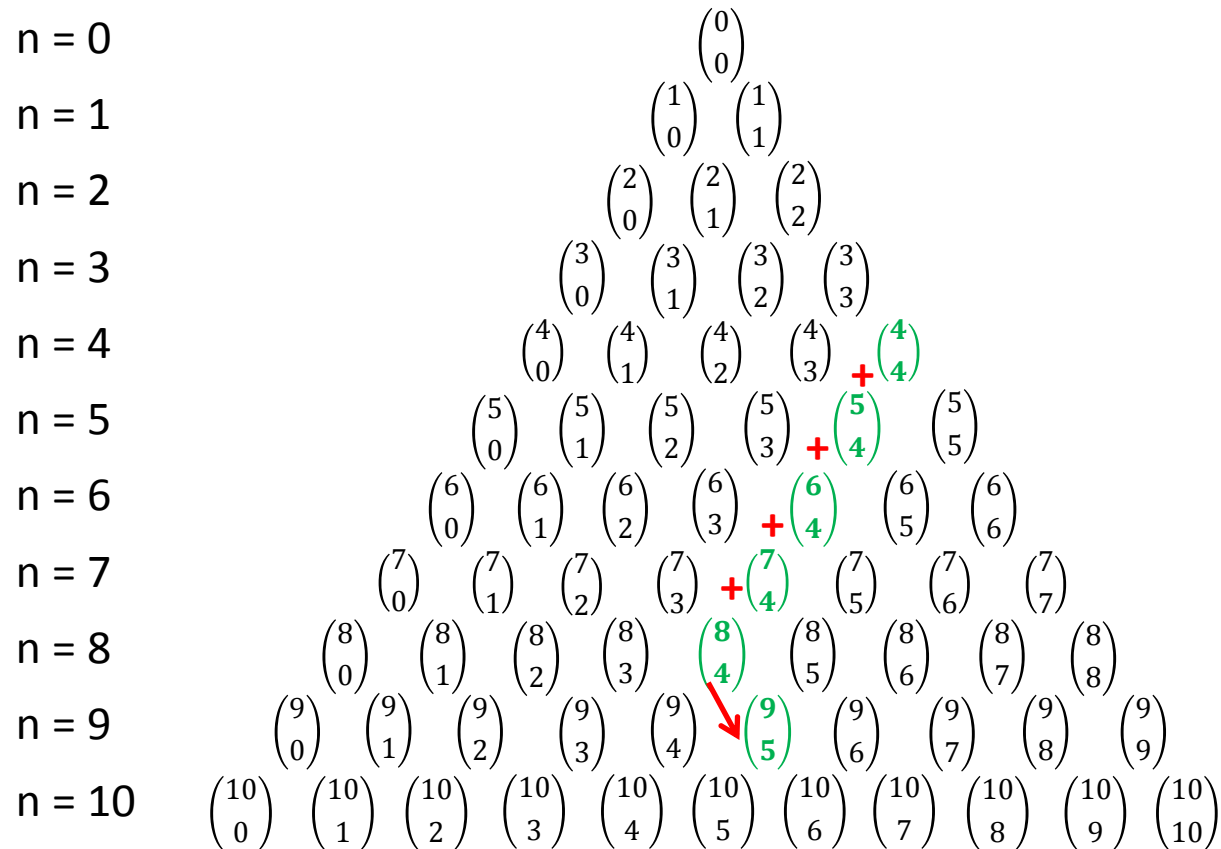
[illegible]

5)  $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$

a)  $3 + 3 = 6$

**b)  $56 + 28 = 84$**

# Sčítání kombinačních čísel



$$6) \binom{k}{k} + \binom{k+1}{k} + \binom{k+2}{k} + \dots + \binom{k+j}{k} = \binom{k+j+1}{k+1}$$

## Sčítání kombinačních čísel

n = 0						1										
n = 1						1	1									
n = 2						1	2	1								
n = 3						1	3	3	1							
n = 4						1	4	6	4	1						
n = 5						1	5	10	10	5	1					
n = 6						1	6	15	20	15	6	1				
n = 7						1	7	21	35	35	21	7	1			
n = 8						1	8	28	56	70	56	28	8	1		
n = 9						1	9	36	84	126	126	84	36	9	1	
n = 10						1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1

**6)**  $\binom{k}{k} + \binom{k+1}{k} + \binom{k+2}{k} + \dots + \binom{k+j}{k} = \binom{k+j+1}{k+1}$

# Odvoďte další zákonitosti v Pascalově trojúhelníku

Pomocí čísla  $n$  vyjádřete

1) Počet čísel v každém řádku

Řešení

1b

2) Součty jednotlivých řádků

$n$	$s_n$	?
0	1	Ř e š e n í
1	2	
2	4	
3	8	
4	16	
obecně		Řešení

$n = 0$

1

$n = 1$

1 1

$n = 2$

1 2 1

$n = 3$

1 3 3 1

$n = 4$

1 4 6 4 1

$n = 5$

1 5 10 10 5 1

$n = 6$

1 6 15 20 15 6 1

$n = 7$

1 7 21 35 35 21 7 1

$n = 8$

1 8 28 56 70 56 28 8 1

$n = 9$

1 9 36 84 126 126 84 36 9 1

$n = 10$

1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1

2b

### 3) Součet čísel na sudých pozicích v každém řádku

n	$S_n$	?
3	4	Řešení
4	8	
5	16	
6	32	
7	64	
obecně		Řešení



n = 0	1
n = 1	1 1
n = 2	1 2 1
n = 3	1 3 3 1
n = 4	1 4 6 4 1
n = 5	1 5 10 10 5 1
n = 6	1 6 15 20 15 6 1
n = 7	1 7 21 35 35 21 7 1
n = 8	1 8 28 56 70 56 28 8 1
n = 9	1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
n = 10	1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1

### 4) Součet čísel na lichých pozicích v každém řádku

Řešení



Vypočtěte



1) Určete symetrická KČ a jejich hodnotu:

a)  $\binom{9}{2} = \binom{9}{7} = 36$  **2b**

b)  $\binom{10}{6} = \binom{10}{4} = 210$  **2b**

2) Sečtěte:

a)  $\binom{5}{3} + \binom{5}{2} + \binom{6}{2} = \binom{7}{3} = 35$  **2b**

b)  $\binom{7}{6} + \binom{7}{2} + \binom{8}{3} + \binom{9}{2} = \binom{10}{3} = 120$  **4b**

c)  $\binom{2}{2} + \binom{3}{2} + \binom{4}{2} = \binom{5}{3} = 10$  **1b**

d)  $\binom{9}{9} + \binom{10}{9} = \binom{11}{10} = 11$  **2b**

n = 0

n = 1

n = 2

n = 3

n = 4

n = 5

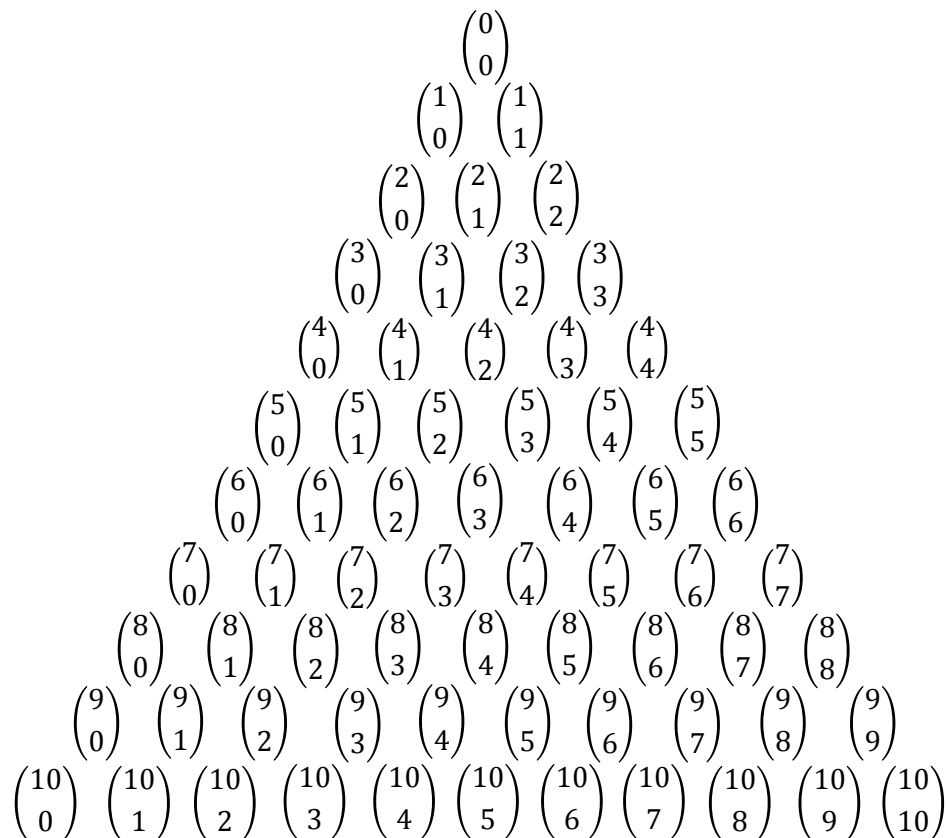
n = 6

n = 7

n = 8

n = 9

n = 10



## Software a zdroje:

- 1) Vytvořeno produktem *Microsoft Office Professional Plus 2010* , součástí *Microsoft PowerPoint 2010*, verze 14.0.6129.5000 (32bitová verze), ID produktu: 02260-556-1807212-48901
- 2) Pokud není uvedeno jinak, materiál je čerpán z vlastních zdrojů autora.