



Střední škola řemesel a služeb, Jablonec nad Nisou, Smetanova 66, příspěvková organizace

Vzdělávací oblast: Matematické vzdělávání

Název: Statistické charakteristiky variability

Autor: Mgr. Eva Froňková

Datum ověření, třída: 11. 4. 2013, EKP4

Stručná anotace: Výklad s procvičením, skrytá řešení, hypertextové odkazy, animovaná prezentace ovládaná kliknutím myši podporuje žákovu aktivitu, určeno pro 4. ročník SŠ .

Tento materiál byl vytvořen v rámci projektu
Inovace ve vzdělávání na naší škole
V rámci OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost



STATISTICKÉ CHARAKTERISTIKY

jsou čísla vystihující základní vlastnosti rozdělení četností
zkoumaného statistického souboru z hlediska:



velikosti hodnot (polohy hodnot)

charakteristiky polohy
(střední hodnoty)

aritmetický průměr \bar{x}

harmonický průměr \bar{x}_h

geometrický průměr \bar{x}_g

modus $Mod(x)$

medián $Med(x)$



proměnlivosti hodnot znaku (**variability**)
(„jak moc hodnoty kolísají“)

charakteristiky variability
(odchylky hodnot znaku od určitého průměru)

rozptyl s_x^2

směrodatná odchylka s_x

průměrná absolutní odchylka \bar{d}

variační koeficient v_x

variační rozpětí R

Příklad:

V následujících číselných řadách určete aritmetický průměr, modus a medián. Na základě vypočtených veličin řady porovnejte.

a) 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 7

b) 0, 0, 0, 6, 6, 6, 6, 12, 12, 12

Řešení:

a) $\bar{x} = 6$ $\text{Mod}(x) = 6$ $\text{Med}(x) = 6$

b) $\bar{x} = 6$ $\text{Mod}(x) = 6$ $\text{Med}(x) = 6$

Závěr:

Charakteristiky polohy \bar{x} , $\text{Mod}(x)$, $\text{Med}(x)$ jsou v obou řadách **shodné**, přesto se **řady** od sebe **liší** – **variabilitou** (odlišností) hodnot statistického znaku od těchto středních hodnot.

Charakteristiky polohy neodrážejí variabilitu sledovaného statistického znaku, proto jsou vhodné pro **řadu a**).

S rostoucí variabilitou hodnot statistického znaku od středních poloh jsou **vhodnější charakteristiky variability** – pro **řadu b**).

Statistické charakteristiky variability

Rozptyl s_x^2 je průměr druhých mocnin odchylek hodnot statistického znaku od aritmetického průměru.

$$s_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

s tabulkou rozdělení četností:

$$s_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^k (x_j - \bar{x})^2 \cdot n_j$$

Poznámka:

Je-li statistický znak měřen v jednotkách např. *kg*, potom rozptyl bude v *kg²*. Z tohoto důvodu zavedena **směrodatná odchylka s_x** .

1) příklad

2) příklad

3) příklad

Směrodatná odchylka s_x je odmocnina z rozptylu:

$$s_x = \sqrt{s_x^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Variační koeficient v_x přibližně udává, jakou částí aritmetického průměru je směrodatná odchylka:

$$v_x = \frac{s_x}{\bar{x}} \quad (\cdot 100 \rightarrow \%)$$

Porovnává soubory z hlediska variability hodnot vyjádřených v různých jednotkách (např. hodinové a měsíční mzdy, tělesné hmotnosti a výšky).

Variační rozpětí R je rozdíl největší a nejmenší naměřené hodnoty statistického znaku:

$$R = x_{max} - x_{min}$$

1) příklad

2) příklad

3) příklad

Cvičení:

- 1) Pro řadu čísel 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20 vypočtete aritmetický průměr a charakteristiky variability (rozptyl, směř. odchylku, variační koeficient, variační rozpětí). Pro usnadnění a lepší přehled sestavte tabulku se zadanými hodnotami statistického znaku a pomocnými výpočty.

Řešení:

$$s_x^2$$

$$s_x \quad v_x \quad R$$

| | |
|---------------------|-------------|
| x_i | Ř e š e n í |
| $(x_i - \bar{x})$ | Ř e š e n í |
| $(x_i - \bar{x})^2$ | Ř e š e n í |

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\bar{x} =$$

Ř e š e n í

$$s_x^2 =$$

Ř e š e n í

$$s_x =$$

Ř e š e n í

$$v_x =$$

Ř e š e n í

$$R =$$

Ř e š e n í

s_x^2

Cvičení:

$s_x \quad v_x \quad R$

- 2) Porovnejte soubory A, B, C z hlediska jejich aritmetického průměru a charakteristik variability (rozptyl, směrodatná odchylka, variační koeficient, variační rozpětí).

A: 20, 20, 20, 20, 20

B: 16, 18, 20, 22, 24

C: 0, 10, 20, 30, 40

Ř
e
š
e
n
í

A: $\bar{x} = 20$ $s_x^2 = 0$ $s_x = 0$ $v_x = 0 \rightarrow 0\%$ $R = 0$

B:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$\bar{x} =$

Řešení

$s_x^2 =$

Řešení

$s_x =$

Řešení

$v_x =$

Řešení

Řešení

C:

Řešení

Cvičení:

- 3) Rybáři se podíleli na úklidu okolí přehrady a každý odpracoval určitý počet hodin. Přehled odpracovaných hodin x_i a počtu rybářů n_i je v tabulce. Vypočtete průměrný počet odpracovaných hodin na jednoho rybáře \bar{x} , modus $Mod(x)$, medián $Med(x)$, rozptyl s_x^2 a směrodatnou odchylku s_x .

| | | | | | | | |
|-------|---|---|---|---|----|----|----|
| x_i | 4 | 5 | 7 | 8 | 10 | 11 | n |
| n_i | 1 | 3 | 5 | 4 | 9 | 2 | 24 |

Řešení:

$\bar{x} =$

Ř e š e n í

$Mod(x) =$

Ř e š e n í

$s_x^2 =$

Ř e š e n í

s_x^2

$s_x =$

Ř e š e n í

$s_x \quad v_x \quad R$

Software a použité zdroje:

- 1) Vytvořeno produktem *Microsoft Office Professional Plus 2010*, součástí *Microsoft PowerPoint 2010*, verze 14.0.6129.5000 (32bitová verze), ID produktu: 02260-556-1807212-48901
- 2) PAVLÍK, Jiří. *Aplikovaná statistika*. Praha: VŠCHT Praha, 2005, ISBN 80-7080-569-2.
- 3) POLÁK, Josef. *Přehled středoškolské matematiky*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1977, ISBN NEMÁ.
- 4) PETRÁNEK, Oldřich; CALDA, Emil; HEBÁK, Petr. *Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť 4. část*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1988, ISBN NEMÁ.
- 5) BĚLOUN, František; BUŠEK, Ivan; MACHÁČEK, Vlastimil; SOVÍKOVÁ Květa; ŠŮLA Václav. *Sbírka úloh z matematiky pro základní školy*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1988, ISBN NEMÁ.